

Министерство образования Республики Беларусь  
Белорусский государственный университет  
Физический факультет  
Кафедра высшей математики и математической физики

А. П. Шилин, М.А. Глецевич

Задания к контрольным мероприятиям по курсу дифференциальных  
уравнений для студентов физических специальностей

Учебно-методическая разработка

Минск  
2015

УДК517.9(075.8)(076.5)  
Ш 578

Решение о депонировании документа вынес  
Совет физического факультета БГУ, протокол №8 от 30.04.2015 г.

Авторы:

Шилин А. П. доцент кафедры высшей математики и математической физики физического факультета БГУ, кандидат физико-математических наук, доцент;

Глецевич М. А. старший преподаватель кафедры высшей математики и математической физики физического факультета БГУ.

Рецензенты:

Старовойтов А. П., профессор, доктор физико-математических наук, зав. кафедрой дифференциальных уравнений и теории функций УО «ГГУ им. Ф. Скорины»;

Рыбаченко И. В., доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и математической физики БГУ.

Шилин, А. П. Задания к контрольным мероприятиям по курсу дифференциальных уравнений для студентов физических специальностей : учеб.-метод. разработка / А. П. Шилин, М. А. Глецевич ; БГУ, Физический фак., Каф. высшей математики и математической физики. – Минск : БГУ, 2015. – 39 с.

Реферат (аннотация): В данное издание включены примеры по курсу дифференциальных уравнений, охватывающие ключевые типы задач: уравнения, сводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными, уравнения с интегрирующим множителем, уравнения Бернулли, линейные уравнения первого и второго порядков (в том числе, и с постоянными коэффициентами). Представлено значительное число примеров на метод вариации произвольных постоянных, предложены тестовые задания, направленные на проверку понимания студентами теоретических вопросов. Примеры разбиты на задания для контрольных работ и коллоквиума так, чтобы можно было давать индивидуальные задания каждому студенту. Приведенные задания можно использовать при проведении контрольных мероприятий, зачетов, а также для самопроверки студентов физических специальностей.

## Контрольная работа №1.

Решите уравнения. В последнем примере каждого варианта найдите для решения интегрирующий множитель вида  $\mu = \mu(x)$  или  $\mu = \mu(y)$  :

B1. 1)  $4y' = 3x + 4y^2 + 4(3x + 4y) + 1$ ,

2)  $y' + 2xy = 2x^3$ ,

3)  $5y' + 3y = \frac{45e^{2x}}{\sqrt[3]{y^2}}$ ,

4)  $\left( \frac{2x \sin y}{\cos x} + y^3 \right) dx + \left( \frac{x^2 \cos y}{\cos x} + 3y^2 \operatorname{tg} x \right) dy = 0$ .

B2. 1)  $4y' = 6 - 2(7x - 4y) - (7x - 4y)^2$ ,

2)  $y' + 3x^2y = 3x^5$ ,

3)  $3y' + y = 8e^x y^4$ ,

4)  $\left( \frac{3x^2 \sin y}{\sin x} + y^2 \operatorname{ctg} x \right) dx + \left( \frac{x^3 \cos y}{\sin x} + 2y \right) dy = 0$ .

B3. 1)  $3y' = 3y - 2x^2 - 2(3y - 2x) + 3$ ,

2)  $y' - \frac{y}{x^2} = \frac{1}{x^3}$ ,

3)  $y' - 3y = \sqrt[3]{y^2} e^{-x}$ ,

4)  $4x^2 + 9xy \, dx + \left( 3x^2 + \frac{5y^4}{x} \right) dy = 0$ .

B4. 1)  $2y' = 5x + 2y^2 - 4(5x + 2y) - 1$ ,

2)  $y' - \frac{y}{x \ln x} + \frac{3}{x \ln^3 x} = 0$ ,

3)  $3y' + 14y = \frac{40e^{3x}}{\sqrt{y}}$ ,

4)  $\left( \frac{2x \ln y}{\ln x} + \frac{y^3}{x \ln x} \right) dx + \left( \frac{x^2}{y \ln x} + 3y^2 \right) dy = 0$ .

B5. 1)  $2y' = 7x + 2y^2 + 6(7x + 2y) + 2$ ,

2)  $y' - \frac{y}{x \ln x} + \frac{2}{x \ln^2 x} = 0$ ,

3)  $y' - 12y = \frac{12y\sqrt{y}}{e^{3x}}$ ,

4) 

B6. 1)  $2y' = 6x - 2y - x - 2y^2 - 8,$

2)  $y' - \frac{xy}{x^2 + 1} = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{\sin^2 x},$

3)  $y' + 5y = 10e^x \sqrt[5]{y^4},$

4)  $\left( \frac{1}{\cos^2 x} + 3e^{3x-2y} \operatorname{ctg} y \right) dx + \left( 2 \operatorname{tg} x - \frac{e^{3x-2y}}{\sin^2 y} \right) dy = 0.$

B7. 1)  $3y' + 4x - 3y^2 + 8x - 3y + 12 = 0,$

2)  $y' + \frac{y}{2\sqrt{x+1}} = \frac{e^{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x}},$

3)  $y' + 9y = 6\sqrt[3]{y^2} e^{-2x},$

4)  $\left( \frac{2x \sin y}{\sin x} + y^3 \operatorname{ctg} x \right) dx + \left( \frac{x^2 \cos y}{\sin x} + 3y^2 \right) dy = 0.$

B8. 1)  $2y' = 5x + 2y^2 + 10x + 2y + 20,$

2)  $y' + e^x y = e^{2x},$

3)  $y' - 16y = 24e^{2x} \sqrt[4]{y^3},$

4)  $\left( \frac{3x^2 \sin y}{\cos x} + y^2 \right) dx + \left( \frac{x^3 \cos y}{\cos x} + 2y \operatorname{tg} x \right) dy = 0.$

B9. 1)  $3y' = 4x + 3y^2 + 16x + 12y,$

2)  $y' + y \sin x = e^{2 \cos x} \sin x,$

3)  $10y - 4y' = y^5 e^{-5x},$

4)  $4x + 9y \, dx + \left( 3x + \frac{5y^4}{x^2} \right) dy = 0.$

B10. 1)  $y' = 9x + y^2 + 6x + y,$

2)  $y' - 3\sqrt{x}y = e^{x^2 \sqrt{x} + 1},$

3)  $5y' - 4y = \frac{4e^{2x}}{\sqrt[4]{y}},$

4)  $\left( 2x + \frac{y^3}{x \ln y} \right) dx + \left( \frac{x^2}{y \ln y} + \frac{3y^2 \ln x}{\ln y} \right) dy = 0.$

B11. 1)  $3y' = 2x + 3y^2 + 4x + 6y,$

2)  $y' - y \operatorname{tg}^2 x = e^{\operatorname{tg} x},$

$$3) 15y - 6y' = \frac{20e^x}{\sqrt[5]{y}},$$

$$4) \left( 3x^2y + \frac{y^2\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^3}{2} + 2y\sqrt{xy} \right) dy = 0.$$

$$\text{B12. 1) } 4y' = 3x + 4y^2 - 6x - 8y,$$

$$2) y' = \frac{y + 2xe^x}{e^x + 1},$$

$$3) 7y' + 24y = \frac{108e^{2x}}{\sqrt[6]{y}},$$

$$4) \left( \frac{e^{2y-3x}}{\cos^2 x} + 3\operatorname{ctg} y \right) dx + \left( 2e^{2y-3x} \operatorname{tg} x - \frac{1}{\sin^2 y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B13. 1) } 7y' = 2x + 7y^2 - 2 \cdot 2x + 7y,$$

$$2) y' - \frac{3x^2y}{x^3 + 1} = x + \frac{1}{x^2},$$

$$3) 5y' + 6y = \frac{30e^{2x}}{y\sqrt{y}},$$

$$4) \left( 2x + \frac{y^3 \cos x}{\sin y} \right) dx + \left( x^2 \operatorname{ctg} x + \frac{3y^2 \sin x}{\sin y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B14. 1) } y' = 2x + y^2 + 2 \cdot 2x + y,$$

$$2) y' - \frac{y}{\sin x \cos x} = \operatorname{tg}^3 x,$$

$$3) 15y - 7y' = \frac{3e^{4x}}{y^3\sqrt{y}},$$

$$4) \left( 3x^2 + \frac{y^2 \cos x}{\sin y} \right) dx + \left( x^3 \operatorname{ctg} y + \frac{2y \sin x}{\sin y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B15. 1) } y' = 4 \cdot 5x - y - 5x - y^2,$$

$$2) y' - \frac{y}{\sin x} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{2 \cos^3 \frac{x}{2}},$$

$$3) 9y' + 16y = \frac{56e^{3x}}{y^4\sqrt{y}},$$

$$4) \left( \frac{4x^3}{y} + 9x^2 \right) dx + \left( \frac{3x^3}{y} + 5y^3 \right) dy = 0.$$

$$\text{B16. 1) } 2y' = 5x + 2y^2 - 4 \cdot 5x + 2y,$$

$$2) y' + \frac{y \sin x}{1 + \cos x} = 1,$$

$$3) y' + y = 2y^2 e^{-x},$$

$$4) \left( 2 \ln y + \frac{y^3}{x^2} \right) dx + \left( \frac{x}{y} + \frac{3y^2 \ln x}{x} \right) dy = 0.$$

$$\text{B17. 1) } 5y' = 2x + 5y^2 + 2 \cdot 2x + 5y,$$

$$2) y' - \frac{2y \ln x}{x} = 2x^{\ln x + 1},$$

$$3) 7y - 2y' = 24y^3 e^{5x},$$

$$4) \left( 3x\sqrt{xy} + \frac{y^2}{2x} \right) dx + \left( \frac{x^2 \sqrt{x}}{2\sqrt{y}} + 2y \right) dy = 0.$$

$$\text{B18. 1) } 8y' = 3x + 4y^2 + 2 \cdot 3x + 4y - 6,$$

$$2) y' - \frac{y}{\operatorname{sh} x \operatorname{ch} x} = \operatorname{th}^2 x,$$

$$3) 5y - 4y' = 16y^5 e^{3x},$$

$$4) \left( \frac{e^{2y}}{\cos x} + 3e^{3x} \operatorname{ctg} y \cos x \right) dx + \left( 2e^{2y} \sin x - \frac{e^{3x} \cos x}{\sin^2 y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B19. 1) } 9y' = 2x + 3y^2 + 3 \cdot 2x + 3y - 6,$$

$$2) y' - \frac{y \sin x}{1 - \cos x} = 1,$$

$$3) 8y - 5y' = 30y^6 e^{2x},$$

$$4) \left( 2x \operatorname{tg} y + \frac{y^3 \cos x}{\cos y} \right) dx + \left( x^2 + \frac{3y^2 \sin x}{\cos y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B20. 1) } 12y' = 5x + 3y^2 + 4 \cdot 5x + 3y - 20,$$

$$2) y' - \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2e^{\arcsin x}}{1-x^2},$$

$$3) 5y' + 8y = 16y^3 \sqrt{y} e^{2x},$$

$$4) \left( 3x^2 \operatorname{tg} y + \frac{y^2 \cos x}{\cos y} \right) dx + \left( x^3 + \frac{2y \sin x}{\cos y} \right) dy = 0.$$

$$\text{B21. 1) } 5y' = 4x + y^2 + 5 \cdot 4x + y - 20,$$

$$2) y' - 4y \cos^2 x = e^{3x + \sin 2x},$$

$$3) 2y - 3y' = 12y^2 \sqrt{y} e^x,$$

$$4) \left( \frac{4x^3}{y^2} + \frac{9x^2}{y} \right) dx + \left( \frac{3x^3}{y^2} + 5y^2 \right) dy = 0.$$

B22. 1)  $6y' = 15 - 3y - 7x^2$ ,  
 2)  $y' + xy \sin x = \cos x e^{x \cos x}$ ,  
 3)  $7y' + 10y = 30e^{2x} y^4 \sqrt{y}$ ,  
 4)  $\left( \frac{2x \ln y}{y} + \frac{y^2}{x} \right) dx + \left( \frac{x^2}{y^2} + 3y \ln x \right) dy = 0$ .

B23. 1)  $20y' + 25 + 7x + 5y^2 + 27x + 5y = 0$ ,  
 2)  $y' - \frac{y}{x+1} = \frac{3}{(x+1)^3}$ ,  
 3)  $9y' + 14y = \frac{24}{e^{4x} y^3 \sqrt{y}}$ ,  
 4)  $\left( 3x^2 + \frac{y\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left( \frac{x^3}{2y} + 2\sqrt{xy} \right) dy = 0$ .

B24. 1)  $4y' + 5x + y^2 + 25x + y + 17 = 0$ ,  
 2)  $y' - \frac{y}{x+2} = \frac{x+2}{x+1}$ ,  
 3)  $10y' + 27y = \frac{60}{e^{4x} y^2 \sqrt[3]{y}}$ ,  
 4)  $e^{-2y} + 2e^{x-y} dx - 2e^{-2y} + e^{x-y} dy = 0$ .

B25. 1)  $6y' + x + y^2 + 2x + y - 1 = 0$ ,  
 2)  $y' + \frac{y}{x+3} = \frac{\arcsin x}{x+3}$ ,  
 3)  $11y' + 16y = \frac{30}{e^{3x} y^4 \sqrt{y}}$ ,  
 4)  $\left( \frac{e^{2y} \sin y}{\cos^2 x} + 3e^{3x} \cos y \right) dx + \left( 2e^{2y} \operatorname{tg} x \sin y - \frac{e^{3x}}{\sin y} \right) dy = 0$ .

Ответы к контрольной работе №1.

B1. 1)  $C - \frac{1}{3x+4y+2} = x, 3x+4y+2=0$ .  
 2)  $y = Ce^{-x^2} + x^2 - 1$ .  
 3)  $y\sqrt[3]{y^2} = Ce^{-x} + 5e^{2x}$ .  
 4)  $x^2 \sin y + y^3 \sin x = C$ .

B2. 1)  $C - \frac{1}{7x-4y+1} = x, 7x-4y+1=0.$

2)  $y = Ce^{-x^3} + x^3 - 1.$

3)  $\frac{1}{y^3} = Ce^{3x} + 4e^x, y=0.$

4)  $x^3 \sin y + y^2 \sin x = C, x \neq 0.$

B3. 1)  $C - \frac{1}{3y-2x-1} = x, 3y-2x-1=0.$

2)  $y = Ce^{-\frac{1}{x}} + 1 - \frac{1}{x}.$

3)  $\sqrt[3]{y} = Ce^x - e^{-x}, y=0.$

4)  $x^4 + 3x^3y + y^5 = C.$

B4. 1)  $C - \frac{1}{5x+2y-2} = x, 5x+2y-2=0.$

2)  $y = C \ln x + \frac{1}{\ln^2 x}.$

3)  $y\sqrt{y} = Ce^{-7x} + 2e^{3x}.$

4)  $x^2 \ln y + y^3 \ln x = C.$

B5. 1)  $C - \frac{1}{7x+2y+3} = x, 7x+2y+3=0.$

2)  $y = C \ln x + \frac{1}{\ln x}.$

3)  $\frac{1}{\sqrt{y}} = Ce^{-6x} - 2e^{-3x}, y=0.$

4)  $x^3 \sqrt{y} + y^2 \sqrt{x} = C, y \neq 0.$

B6. 1)  $C - \frac{1}{x-2y+3} = x, x-2y+3=0.$

2)  $y = C - \operatorname{ctg} x \sqrt{x^2+1}.$

3)  $\sqrt[5]{y} = Ce^{-x} + e^x, y=0.$

4)  $e^{2y} \operatorname{tg} x + e^{3x} \operatorname{ctg} y = C.$

B7. 1)  $C - \frac{1}{4x-3y+4} = x, 4x-3y+4=0.$

2)  $y = 2e^{\sqrt{x}} + C e^{-\sqrt{x+1}}.$

3)  $\sqrt[3]{y} = Ce^{-3x} + 2e^{-2x}, y=0.$

4)  $x^2 \sin y + y^3 \sin x = C, x \neq 0.$



B8. 1)  $C - \frac{1}{5x+2y+5} = x, 5x+2y+5=0.$

2)  $y = Ce^{-e^x} + e^x - 1.$

3)  $\sqrt[4]{y} = Ce^{4x} - 3e^{2x}, y=0.$

4)  $x^3 \sin y + y^2 \sin x = C.$

B9. 1)  $C - \frac{1}{4x+3y+2} = x, 4x+3y+2=0.$

2)  $y = Ce^{\cos x} - e^{2\cos x}.$

3)  $\frac{1}{y^4} = Ce^{-10x} + e^{-5x}, y=0.$

4)  $x^4 + 3x^3y + y^5 = C.$

B10. 1)  $C - \frac{1}{6x+y+3} = x, 6x+y+3=0.$

2)  $y = e^x + C e^{2x\sqrt{x}}.$

3)  $y^4\sqrt{y} = Ce^x + e^{2x}.$

4)  $x^2 \ln y + y^3 \ln x = C.$

B11. 1)  $\operatorname{arctg} 2x+3y+1 = x+C.$

2)  $y = e^x + C e^{\operatorname{tg} x - x}.$

3)  $y^5\sqrt{y} = Ce^{3x} + 2e^x.$

4)  $x^3\sqrt{y} + y^2\sqrt{x} = C, x \neq 0.$

B12. 1)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{3x+4y-1}{\sqrt{2}} = x+C.$

2)  $y = \frac{x^2 + C e^x}{e^x + 1}.$

3)  $y^6\sqrt{y} = Ce^{-4x} + 3e^{2x}.$

4)  $e^{2y} \operatorname{tg} x + e^{3x} \operatorname{ctg} y = C.$

B13. 1)  $\operatorname{arctg} 2x+3y-1 = x+C.$

2)  $y = \left( C - \frac{1}{x} \right) x^3 + 1.$

3)  $y^2\sqrt{y} = Ce^{-3x} + 3e^{2x}.$

4)  $x^2 \sin y + y^3 \sin x = C, y \neq 0.$

B14. 1)  $\operatorname{arctg} 2x+y+1 = x+C.$

2)  $y = \operatorname{tg} x - x + C \operatorname{tg} x.$

3)  $y^2\sqrt[3]{y} = Ce^{5x} + e^{4x}.$

$$4) x^3 \sin y + y^2 \sin x = C, y \neq 0.$$

$$\text{B15. 1) } \operatorname{arctg} 5x - y + 2 = x + C.$$

$$2) y = \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C \right) \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$3) y^2 \sqrt[4]{y} = Ce^{-4x} + 2e^{3x}.$$

$$4) x^4 + 3x^3 y + y^5 = C.$$

$$\text{B16. 1) } \operatorname{arctg} 5x + 2y + 2 = x + C.$$

$$2) y = \left( \operatorname{tg} \frac{x}{2} + C \right) 1 + \cos x.$$

$$3) \frac{1}{y} = Ce^x + e^{-x}, y \neq 0.$$

$$4) x^2 \ln y + y^3 \ln x = C.$$

$$\text{B17. 1) } \operatorname{arctg} 2x + 5y + 1 = x + C.$$

$$2) y = x^2 + C x^{\ln x}.$$

$$3) \frac{1}{y^2} = Ce^{-7x} + 2e^{5x}, y \neq 0.$$

$$4) x^3 \sqrt{y} + y^2 \sqrt{x} = C, x \neq 0, y \neq 0.$$

$$\text{B18. 1) } \ln \left| \frac{3x+4y}{3x+4y+2} \right| = x + C, 3x+4y=0, 3x+4y+2=0.$$

$$2) y = \ln \operatorname{ch} x + C \operatorname{th} x.$$

$$3) \frac{1}{y^4} = Ce^{-5x} + 2e^{3x}, y \neq 0.$$

$$4) e^{2y} \operatorname{tg} x + e^{3x} \operatorname{ctg} y = C.$$

$$\text{B19. 1) } \ln \left| \frac{2x+3y}{2x+3y+3} \right| = x + C, 2x+3y=0, 2x+3y+3=0.$$

$$2) y = \left( C - \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right) 1 - \cos x.$$

$$3) \frac{1}{y^5} = Ce^{-8x} + 3e^{2x}, y \neq 0.$$

$$4) x^2 \sin y + y^3 \sin x = C.$$

$$\text{B20. 1) } \ln \left| \frac{5x+3y}{5x+3y+4} \right| = x + C, 5x+3y=0, 5x+3y+4=0.$$

$$2) y = \left( \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C \right) e^{\arcsin x}.$$

$$3) \frac{1}{y^2 \sqrt{y}} = Ce^{4x} + 4e^{2x}, y = 0.$$

$$4) x^3 \sin y + y^2 \sin x = C.$$

$$\text{B21. 1) } \ln \left| \frac{4x+y}{4x+y+5} \right| = x + C, 4x+y=0, 4x+y+5=0.$$

$$2) y = e^x + C e^{2x+\sin 2x}.$$

$$3) \frac{1}{y\sqrt{y}} = Ce^{-x} + 3e^x, y = 0.$$

$$4) x^4 + 3x^3y + y^5 = C.$$

$$\text{B22. 1) } \ln \left| \frac{1+3y-7x}{1-3y+7x} \right| = x + C, 1+3y-7x=0, 1-3y+7x=0.$$

$$2) y = Ce^{x\cos x - \sin x} + e^{x\cos x}.$$

$$3) \frac{1}{y^3 \sqrt{y}} = Ce^{5x} + 5e^{2x}, y = 0.$$

$$4) x^2 \ln y + y^3 \ln x = C.$$

$$\text{B23. 1) } \ln \left| \frac{3+7x-5y}{1-5y-7x} \right| = x + C, 3+7x-5y=0, 1-5y-7x=0.$$

$$2) y = C x + 1 - \frac{1}{(x+1)^2}.$$

$$3) y^4 \sqrt{y} = Ce^{-7x} + 4e^{-4x}.$$

$$4) x^3 \sqrt{y} + y^2 \sqrt{x} = C, x \neq 0, y \neq 0.$$

$$\text{B24. 1) } \ln \left| \frac{3+5x+y}{1-5x-y} \right| = x + C, 3+5x+y=0, 1-5x-y=0.$$

$$2) y = \ln|x+1| + C x + 2.$$

$$3) y^3 \sqrt[3]{y} = Ce^{-9x} + 4e^{-4x}.$$

$$4) e^{x-2y} + e^{2x-y} = C.$$

$$\text{B25. 1) } \ln \left| \frac{4+x+y}{2-x-y} \right| = x + C, 4+x+y=0, 2-x-y=0.$$

$$2) y = \frac{x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C}{x+3}.$$

$$3) y^5 \sqrt{y} = Ce^{-8x} + 3e^{-3x}.$$

$$4) e^{2y} \operatorname{tg} x + e^{3x} \operatorname{ctg} y = C.$$

## Контрольная работа №2.

Решите уравнения:

B1. 1)  $y'' - 3y' + 2y = e^{3x} \cos e^x$ ,

2)  $y'' - 4y' + 3y = \frac{4e^{4x}}{e^{2x} + 4}$ ,

3)  $y'' - 2y' + y = \frac{3e^x}{2\sqrt{x}}$ ,

4)  $y'' + 16y' + 65y = \frac{6 \sin x}{e^{8x} \cos^4 x}$ .

B2. 1)  $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$ ,

2)  $y'' - 12y' + 35y = \frac{4e^{6x}}{e^{2x} + 2}$ ,

3)  $y'' + 2y' + y = \frac{10}{3e^x \sqrt[3]{x}}$ ,

4)  $y'' - 16y' + 65y = \frac{2e^{8x}}{\cos^3 x}$ .

B3. 1)  $y'' - 5y' + 6y = e^{4x+e^x}$ ,

2)  $y'' - 16y' + 63y = \frac{2e^{9x}}{e^x + 1}$ ,

3)  $y'' - 4y' + 4y = 28\sqrt[3]{xe^{2x}}$ ,

4)  $y'' + 14y' + 50y = \frac{1}{e^{7x} \sin^3 x \cos^2 x \operatorname{ctg} x}$ .

B4. 1)  $y'' - 7y' + 12y = \frac{2e^{5x}}{e^{2x} + 1}$ ,

2)  $y'' - y' = \frac{8e^{2x}}{4 - e^{2x}}$ ,

3)  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x} \ln x$ ,

4)  $y'' + 12y' + 37y = \frac{\operatorname{ch} \operatorname{ctg} x}{e^{6x} \sin^3 x}$ .

B5. 1)  $y'' - 9y' + 20y = \frac{2e^{6x}}{1 - e^{2x}}$ ,

2)  $y'' + 8y' + 15y = \frac{2}{e^x + 1} e^{2x}$ ,

3)  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x} x \ln x$ ,

4)  $y'' - 10y' + 26y = \frac{e^x \cos x^5}{\sin^8 x}$ .

$$\begin{aligned} \text{B6. 1) } y'' - 11y' + 30y &= \frac{e^{7x}}{\sqrt{1 - e^{2x}}}, \\ 2) y'' - 6y' + 8y &= \frac{6e^{5x}}{e^{2x} + 9}, \\ 3) y'' + 6y' + 9y &= e^{-3x} \operatorname{ch} x, \\ 4) y'' - 8y' + 17y &= \frac{e^{4x + \operatorname{ctg} x}}{\sin^3 x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B7. 1) } y'' - 13y' + 42y &= \frac{e^{8x}}{e^x + 1}, \\ 2) y'' - 14y' + 48y &= \frac{6e^{7x}}{e^{2x} + 3}, \\ 3) y'' - 8y' + 16y &= e^{4x} \operatorname{sh} x, \\ 4) y'' + 4y' + 5y &= \frac{\cos^4 x}{e^{2x} \sin^7 x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B8. 1) } y'' - 15y' + 56y &= e^{9x} \sqrt{e^x + 1}, \\ 2) y'' + 6y' + 8y &= \frac{10}{e^x + 5 e^{2x}}, \\ 3) y'' + 8y' + 16y &= e^{-4x} \sqrt{x + 1}, \\ 4) y'' + 12y' + 37y &= \frac{\cos \operatorname{ctg} x}{e^{6x} \sin^3 x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B9. 1) } y'' + 7y' + 12y &= \frac{1}{e^{2x} \cos^2 e^x}, \\ 2) y'' - 6y' + 8y &= \frac{4e^{5x}}{1 - e^{2x}}, \\ 3) y'' - 10y' + 25y &= e^{5x} \sqrt{x + 2}, \\ 4) y'' + y &= \frac{\sin \operatorname{ctg} x}{\sin^3 x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{B10. 1) } y'' + 5y' + 6y &= \frac{1}{e^x \sin^2 e^x}, \\ 2) y'' + 6y' + 8y &= \frac{2}{e^x + 1 e^x}, \\ 3) y'' + 10y' + 25y &= \frac{2 \ln x}{x e^{5x}}, \\ 4) y'' + y &= \frac{e^{\operatorname{ctg} x}}{\sin^3 x}. \end{aligned}$$

$$\text{B11. 1) } y'' + 9y' + 20y = \frac{1}{e^{3x} \sqrt{e^{2x} + 1}},$$

$$2) y'' + 8y' + 15y = \frac{8}{e^{2x} + 16 e^{2x}},$$

$$3) y'' - 12y' + 36y = \frac{2e^{6x}}{x^2 + 1},$$

$$4) y'' - 12y' + 37y = \frac{e^{6x}}{\sqrt{\operatorname{tg} x + 1} \cos x}.$$

$$\text{B12. 1) } y'' + 11y' + 30y = e^{-4x} \operatorname{sh} e^x,$$

$$2) y'' + 4y' + 3y = \frac{2}{e^{2x} + 1 e^{2x}},$$

$$3) y'' + 12y' + 36y = \frac{2}{e^{6x} x^2 + 4},$$

$$4) y'' - 6y' + 10y = \frac{e^{3x}}{\cos^3 x \cos^2 \operatorname{tg} x}.$$

$$\text{B13. 1) } y'' + 13y' + 42y = e^{-5x} \operatorname{ch} e^x,$$

$$2) y'' - y = \frac{6e^x}{e^x + 3},$$

$$3) y'' - 14y' + 49y = \frac{2e^{7x}}{1 - x^2},$$

$$4) y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x} \sin^5 x}{\cos^8 x}.$$

$$\text{B14. 1) } y'' + 15y' + 56y = \frac{2}{e^{2x} + 1 e^{5x}},$$

$$2) y'' - 42y' + 440y = \frac{4e^{23x}}{1 - e^{2x}},$$

$$3) y'' + 14y' + 49y = \frac{1}{e^{7x} \sqrt{1 - x^2}},$$

$$4) y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x \sin^3 x}{\cos^6 x}.$$

$$\text{B15. 1) } y'' - 17y' + 72y = \frac{e^{11x}}{1 - e^{2x} \frac{3}{2}},$$

$$2) y'' - 18y' + 80y = \frac{2e^{11x}}{e^x + 1},$$

$$3) y'' - 16y' + 64y = \frac{e^{8x}}{\sqrt{x^2 + 1}},$$

$$4) y'' + 2y' + 2y = \frac{\sin^4 x}{e^x \cos^7 x}.$$

$$\text{B16. 1) } y'' - 19y' + 90y = \frac{2e^{12x}}{\sqrt{1-e^{2x}}},$$

$$2) y'' - y = \frac{10e^{2x}}{e^{2x} + 25},$$

$$3) y'' + 16y' + 64y = \frac{2x}{e^{8x} \sqrt{x^2 + 1}},$$

$$4) y'' - 12y' + 37y = \frac{e^{6x} \operatorname{sh} \operatorname{tg} x}{\cos^3 x}.$$

$$\text{B17. 1) } y'' - 21y' + 110y = \frac{4e^{13x}}{(1-e^{2x})^2},$$

$$2) y'' + 6y' + 8y = \frac{8}{e^{2x} + 4e^{3x}},$$

$$3) y'' - 18y' + 81y = \frac{2e^{9x}x}{(x^2 + 1)^2},$$

$$4) y'' + 10y' + 26y = \frac{\cos \operatorname{tg} x}{e^{5x} \cos^3 x}.$$

$$\text{B18. 1) } y'' - 23y' + 132y = \frac{e^{13x}}{(e^x + 1)^2},$$

$$2) y'' - 26y' + 168y = \frac{12e^{15x}}{9 - e^{2x}},$$

$$3) y'' + 18y' + 81y = \frac{1}{e^{9x} \sqrt{x+1}},$$

$$4) y'' - 10y' + 26y = \frac{e^{5x} \sin \operatorname{tg} x}{\cos^3 x}.$$

$$\text{B19. 1) } y'' + 17y' + 72y = \frac{1}{(e^x + 1)^2 e^{7x}},$$

$$2) y'' - 16y' + 63y = \frac{20e^{10x}}{25 - e^{2x}},$$

$$3) y'' - 20y' + 100y = \frac{e^{10x}}{\sin^2 x},$$

$$4) y'' + 8y' + 17y = \frac{e^{\operatorname{tg} x - 4x}}{\cos^3 x}.$$

$$\text{B20. 1) } y'' + 19y' + 90y = \frac{1}{e^{8x} e^x + 1^{\frac{3}{2}}},$$

$$2) y'' - 22y' + 120y = \frac{4e^{12x}}{e^x + 2},$$

$$3) y'' + 20y' + 100y = \frac{1}{e^{10x} \cos^2 x},$$

$$4) y'' - 8y' + 17y = \frac{2e^{4x}}{\sin^3 x}.$$

$$\text{B21. 1) } y'' - 25y' + 156y = \frac{e^{14x}}{e^x + 2^{\frac{3}{2}}},$$

$$2) y'' - 8y' + 15y = \frac{12e^{6x}}{e^{2x} + 36},$$

$$3) y'' - 22y' + 121y = \frac{3e^{11x} \ln^2 x}{x},$$

$$4) y'' + 6y' + 10y = \frac{1}{e^{3x} \sin^2 x \cos x}.$$

$$\text{B22. 1) } y'' + 25y' + 156y = \frac{1}{e^{10x} e^{2x} + 1^{\frac{3}{2}}},$$

$$2) y'' - 4y' + 3y = \frac{18e^{2x}}{e^{2x} + 9},$$

$$3) y'' + 22y' + 121y = \frac{x^3 \ln x}{e^{11x}},$$

$$4) y'' - 6y' + 10y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{\lg x} \cos^3 x}.$$

$$\text{B23. 1) } y'' + 21y' + 110y = \frac{\cos e^x}{e^{8x}},$$

$$2) y'' + 20y' + 99y = \frac{8}{e^x + 4 e^{9x}},$$

$$3) y'' - 24y' + 144y = \frac{e^{12x + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}},$$

$$4) y'' + 2y' + 2y = \frac{1}{e^x \sin x \cos^2 x}.$$

$$\text{B24. 1) } y'' + 23y' + 132y = \frac{\sin e^x}{e^{9x}},$$

$$2) y'' - 24y' + 143y = \frac{2e^{14x}}{e^x + 1},$$



$$3) y'' + 24y' + 144y = \frac{2 \operatorname{arctg} x}{e^{12x}},$$

$$4) y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x} \sin^2 x}{\cos^5 x}.$$

$$\text{B25. 1) } y'' - 27y' + 282y = e^{16x} \operatorname{sh} e^x,$$

$$2) y'' + 24y' + 143y = \frac{2}{e^x + 1} e^{10x},$$

$$3) y'' - 26y' + 169y = 4e^{13x} \arcsin x,$$

$$4) y'' - 2y' + 2y = \frac{e^x \sin x}{\cos^4 x}.$$

### Ответы к контрольной работе №2

$$\text{B1. 1) } y = C_1 - \cos e^x e^x + C_2 e^{2x}.$$

$$2) y = \left( 4 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} - 2e^x + C_1 \right) e^x + \left( \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + C_2 \right) e^{3x}.$$

$$3) y = e^x C_1 + C_2 x + 2x\sqrt{x}.$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} \right) e^{-8x}.$$

$$\text{B2. 1) } y = C_1 - \sin e^x e^{-2x} + C_2 e^{-x}.$$

$$2) y = \left( C_1 - \sqrt{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} \right) e^{5x} + \left( C_2 - e^{-x} - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{2}} \right) e^{7x}.$$

$$3) y = e^{-x} C_1 + C_2 x + 2x^3 \sqrt{x^2}.$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^2 x}{\cos x} \right) e^{8x}.$$

$$\text{B3. 1) } y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x} + e^{2x+e^x}.$$

$$2) y = \ln e^x + 1 - e^x + C_1 e^{7x} + x - \ln e^x + 1 + C_2 e^{9x}.$$

$$3) y = e^{2x} C_1 + C_2 x + 12x^2 \sqrt[3]{x}.$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \sin x \ln |\cos \operatorname{ctg} x| e^{-7x}.$$

$$\text{B4. 1) } y = C_1 - \ln e^{2x} + 1 e^{3x} + 2 \operatorname{arctg} e^x + C_2 e^{4x}.$$

$$2) y = \left( 4e^x - 4 \ln \frac{2+e^x}{|2-e^x|} + C_1 \right) e^{-x} + \left( \ln \frac{2+e^x}{|2-e^x|} + C_2 \right) e^x.$$

- 3)  $y = e^{-2x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{x^2}{4} \frac{2 \ln x - 3}{4} \right).$
- 4)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \sin x \operatorname{ch} \operatorname{ctg} x e^{-6x}.$
- B5. 1)  $y = \ln |1 - e^{2x}| + C_1 e^{4x} + \left( \ln \frac{1 + e^x}{|1 - e^x|} + C_2 \right) e^{5x}.$
- 2)  $y = e^x - \ln e^x + 1 + C_1 e^{-5x} + \ln e^x + 1 + C_2 e^{-3x}.$
- 3)  $y = e^{3x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{x^3}{36} \frac{6 \ln x - 5}{36} \right).$
- 4)  $y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\cos^7 x}{42 \sin^6 x} \right) e^{5x}.$
- B6. 1)  $y = \sqrt{1 - e^{2x}} + C_1 e^{5x} + \arcsin e^x + C_2 e^{6x}.$
- 2)  $y = \left( 9 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} - 3e^x + C_1 \right) e^{2x} + \left( \operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} + C_2 \right) e^{4x}.$
- 3)  $y = e^{-3x} C_1 + C_2 x + \operatorname{ch} x.$
- 4)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + e^{\operatorname{ctg} x} \sin x e^{4x}.$
- B7. 1)  $y = \ln e^x + 1 + C_1 e^{6x} + \ln e^x + 1 + C_2 e^{7x}.$
- 2)  $y = \left( C_1 - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{3}} \right) e^{6x} + \left( C_2 - e^{-x} - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{\sqrt{3}} \right) e^{8x}.$
- 3)  $y = e^{4x} C_1 + C_2 x + \operatorname{sh} x.$
- 4)  $y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\cos^6 x}{30 \sin^5 x} \right) e^{-2x}.$
- B8. 1)  $y = C_1 e^{7x} + C_2 e^{8x} + \frac{4}{15} e^{7x} e^x + 1^2 \sqrt{e^x + 1}.$
- 2)  $y = 25 \ln e^x + 5 - 5e^x + C_1 e^{-4x} + x - \ln e^x + 5 + C_2 e^{-2x}.$
- 3)  $y = e^{-4x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{4}{15} x + 1^2 \sqrt{x + 1} \right).$
- 4)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \cos \operatorname{ctg} x \cos x e^{-6x}.$
- B9. 1)  $y = C_1 - \ln |\cos e^x| e^{-4x} + C_2 e^{-3x}.$

$$2) y = \left( 2e^x - \ln \frac{1+e^x}{|1-e^x|} + C_1 \right) e^{2x} + \left( \ln \frac{1+e^x}{|1-e^x|} + C_2 \right) e^{4x}.$$

$$3) y = e^{5x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{4}{15} x + 2^2 \sqrt{x+2} \right).$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \sin x \sin \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{B10. } 1) y = C_1 - \ln |\sin e^x| e^{-3x} + C_2 e^{-2x}.$$

$$2) y = e^x - \ln e^x + 1 + C_1 e^{-4x} + \ln e^x + 1 + C_2 e^{-2x}.$$

$$3) y = e^{-5x} \left( C_1 + C_2 x + x \ln x - 1^2 \right).$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + e^{\operatorname{ctg} x} \sin x.$$

$$\text{B11. } 1) y = C_1 - \sqrt{e^{2x} + 1} e^{-5x} + \left( \ln e^x + \sqrt{e^{2x} + 1} + C_2 \right) e^{-4x}.$$

$$2) y = \left( 16 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{4} - 4e^x + C_1 \right) e^{-5x} + \left( \operatorname{arctg} \frac{e^x}{4} + C_2 \right) e^{-3x}.$$

$$3) y = e^{6x} C_1 + C_2 x + 2x \operatorname{arctg} x - \ln x^2 + 1.$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - 4\sqrt{\operatorname{tg} x + 1} \cos x e^{6x}.$$

$$\text{B12. } 1) y = C_1 + \operatorname{sh} e^x e^{-6x} + C_2 e^{-5x}.$$

$$2) y = C_1 - \operatorname{arctg} e^x e^{-3x} + C_2 - e^{-x} - \operatorname{arctg} e^x e^{-x}.$$

$$3) y = e^{-6x} \left( C_1 + C_2 x + x \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \ln x^2 + 4 \right).$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \cos x \ln |\cos \operatorname{tg} x| e^{3x}.$$

$$\text{B13. } 1) y = C_1 + \operatorname{ch} e^x e^{-7x} + C_2 e^{-6x}.$$

$$2) y = 9 \ln e^x + 3 - 3e^x + C_1 e^{-x} + x - \ln e^x + 3 + C_2 e^x.$$

$$3) y = e^{7x} \left( C_1 + C_2 x + \ln |x^2 - 1| + x \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \right).$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^7 x}{42 \cos^6 x} \right) e^{2x}.$$

$$\text{B14. } 1) y = C_1 - \operatorname{arctg} e^x e^{-8x} + C_2 e^{-7x}.$$

$$2) y = \left( 2e^x - \ln \frac{1+e^x}{|1-e^x|} + C_1 \right) e^{20x} + \left( \ln \frac{1+e^x}{|1-e^x|} + C_2 \right) e^{22x}.$$

$$3) y = e^{-7x} C_1 + C_2 x + x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}.$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^5 x}{20 \cos^4 x} \right) e^x.$$

$$\text{B15. } 1) y = C_1 + \arcsin e^x e^{8x} + C_2 e^{9x}.$$

$$2) y = e^x - \ln e^x + 1 + C_1 e^{8x} + \ln e^x + 1 + C_2 e^{10x}.$$

$$3) y = e^{8x} \left( C_1 + C_2 x - \sqrt{x^2 + 1} + x \ln x + \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^6 x}{30 \cos^5 x} \right) e^{-x}.$$

$$\text{B16. } 1) y = C_1 - e^x \sqrt{1-e^{2x}} - \arcsin e^x e^{9x} + C_2 e^{10x}.$$

$$2) y = \left( 25 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{5} - 5e^x + C_1 \right) e^{-x} + \left( \operatorname{arctg} \frac{e^x}{5} + C_2 \right) e^x.$$

$$3) y = e^{-8x} \left( C_1 + C_2 x + \ln x + \sqrt{x^2 + 1} + x \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + \cos x \operatorname{sh} \operatorname{tg} x e^{6x}.$$

$$\text{B17. } 1) y = \left( C_1 + \ln \frac{1+e^x}{|1-e^x|} \right) e^{10x} + C_2 e^{11x}.$$

$$2) y = \left( C_1 - 2 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} \right) e^{-4x} + \left( C_2 - e^{-x} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{5} \right) e^{-2x}.$$

$$3) y = e^{9x} C_1 + C_2 x - \operatorname{arctg} x.$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \cos x \cos \operatorname{tg} x e^{-5x}.$$

$$\text{B18. } 1) y = C_1 - \ln e^x + 1 e^{11x} + C_2 e^{12x}.$$

$$2) y = \left( 6e^x - 9 \ln \frac{3+e^x}{|3-e^x|} + C_1 \right) e^{12x} + \left( \ln \frac{3+e^x}{|3-e^x|} + C_2 \right) e^{14x}.$$

$$3) y = e^{-9x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{4}{3} x + 1 \sqrt{x+1} \right).$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x - \cos x \sin \operatorname{tg} x e^{5x}.$$

$$\text{B19. } 1) y = C_1 - \ln e^x + 1 e^{-9x} + C_2 e^{-8x}.$$

$$2) y = \left( 10e^x - 25 \ln \frac{5+e^x}{|5-e^x|} + C_1 \right) e^{7x} + \left( \ln \frac{5+e^x}{|5-e^x|} + C_2 \right) e^{9x}.$$

$$3) y = e^{10x} C_1 + C_2 x - \ln |\sin x|.$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 \sin x + e^{\operatorname{tg} x} \cos x e^{-4x}.$$

$$\text{B20. } 1) y = C_1 - 4\sqrt{e^x + 1} e^{-10x} + C_2 e^{-9x}.$$

$$2) y = 2e^x - 4\ln e^x + 2 + C_1 e^{10x} + x - \ln e^x + 2 + C_2 e^{12x}.$$

$$3) y = e^{-10x} C_1 + C_2 x - \ln |\cos x|.$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} \right) e^{4x}.$$

$$\text{B21. } 1) y = C_1 - 4\sqrt{e^x + 2} e^{12x} + C_2 e^{13x}.$$

$$2) y = \left( 36 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{6} - 6e^x + C_1 \right) e^{3x} + \left( \operatorname{arctg} \frac{e^x}{6} + C_2 \right) e^{5x}.$$

$$3) y = e^{11x} C_1 + C_2 x + x \ln^3 x - 3x \ln^2 x + 6x \ln x - 6x.$$

$$4) y = C_1 - \ln |\operatorname{tg} x| \cos x + C_2 - \operatorname{ctg} x \sin x e^{-3x}.$$

$$\text{B22. } 1) y = \left( C_1 - \ln x + \sqrt{x^2 + 1} \right) e^{-13x} + C_2 e^{-12x}.$$

$$2) y = \left( C_1 - 3 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} \right) e^x + \left( C_2 - e^{-x} - \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{e^x}{3} \right) e^{3x}.$$

$$3) y = e^{-11x} \left( C_1 + C_2 x + \frac{x^4 \ln x}{12} - \frac{7x^4}{144} \right).$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{2}{3} \sqrt{\operatorname{tg} x} \sin x \right) e^{3x}.$$

$$\text{B23. } 1) y = C_1 + 2 \sin e^x - e^x \cos e^x e^{-11x} + C_2 e^{-10x}.$$

$$2) y = 16 \ln e^x + 4 - 4e^x + C_1 e^{-11x} + x - \ln e^x + 4 + C_2 e^{-9x}.$$

$$3) y = e^{12x} C_1 + C_2 x + 4 \sqrt{x} - 1 e^{\sqrt{x}}.$$

$$4) y = C_1 \cos x + C_2 + \ln |\operatorname{tg} x| \sin x e^{-x}.$$

$$\text{B24. } 1) y = C_1 - 2 \cos e^x - e^x \sin e^x e^{-12x} + C_2 e^{-11x}.$$

$$2) y = e^x - \ln e^x + 1 + C_1 e^{8x} + \ln e^x + 1 + C_2 e^{10x}.$$

$$3) y = e^{-12x} \left( C_1 + C_2 x + x^2 - 1 \operatorname{arctg} x - x \ln x^2 + 1 \right).$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^4 x}{12 \cos^3 x} \right) e^{2x}.$$

$$\text{B25. 1) } y = C_1 + e^x \operatorname{sh} e^x - 2 \operatorname{ch} e^x e^{13x} + C_2 e^{14x}.$$

$$2) y = e^x - \ln e^x + 1 + C_1 e^{-13x} + \ln x e^x + 1 + C_2 e^{-11x}.$$

$$3) y = e^{13x} \left( C_1 + C_2 x + 1 + 2x^2 \arcsin x + 3x\sqrt{1-x^2} \right).$$

$$4) y = \left( C_1 \cos x + C_2 \sin x + \frac{\sin^3 x}{6 \cos^2 x} \right) e^x.$$

### Тестовые задания к коллоквиуму

B1. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x+3$ ,  $x-3$ ,  $1$ ,  $3$ ,  $2x+3$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^{10}e^{-x}$ ,  $x^{11}e^{-x}$ ,  $(1+x)e^{-x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^2 \ln^2 x$ ,  $x \ln^2 x$ ,  $x \ln x \cos(\ln x)$ .

4. Пусть функции  $x$  и  $\ln x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(10)} + y^{(7)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) x^5 - e^{-x} + e^{-x/2} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$2) (x+1)^{10},$$

$$3) e^x - e^{x/2} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right),$$

$$4) x + x^9 + e^{-x},$$

$$5) e^{x/2} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2}.$$

B2. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\sin(x+1)$ ,  $\sin x + \cos x$ ,  $\sin x - \cos x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^5, x^2 \sin x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin(2 \ln x), \ln x \cos(2 \ln x), \sin(2 \ln x) + \cos(2 \ln x)$ .

4. Пусть функции  $\frac{\sin x}{x}$  и  $\frac{\cos x}{x}$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(12)} + y^{(8)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin x + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \cos x + x^7$ ,

2)  $x^{12} + x^8$ ,

3)  $(x+1)^8$ ,

4)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \left( \sin \frac{x\sqrt{2}}{2} + \cos \frac{x\sqrt{2}}{2} \right)$ ,

5)  $x + \sin \frac{x\sqrt{2}}{2} + \cos \frac{x\sqrt{2}}{2}$ .

В3. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x^2 + x, x^2 + 2x + 3, x^2 - 4x, x^2 + 7x + 8, 5x - 11$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $e^{2x}, e^{2x} \sin 2x, 2xe^{2x} \sin 2x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^{-1} \ln^5 x, x^{-2} \ln^6 x, x^{-3} \ln^7 x$ .

4. Пусть функции  $e^x$  и  $x^2 + 1$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1,25)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(20)} - y^{(14)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $\operatorname{sh} x + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \cos \frac{x}{2} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2}$ ,

$$2) \operatorname{ch} x + e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \cos \frac{x}{2} + e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2},$$

$$3) e^{-x} + e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right),$$

$$4) e^x - e^{-\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos \frac{x}{\sqrt{2}},$$

$$5) x^{14} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2}.$$

В4. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $2$ ,  $\cos^2 x$ ,  $\cos 2x$ ,  $\sin^2 x$ ,  $1$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $xe^x \sin 3x$ ,  $e^x \cos 3x$ ,  $\cos 3x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \ln x$ ,  $x \cos(\ln x)$ ,  $x$ .

4. Пусть функции  $\ln x$  и  $x^2$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(15)} + y^{(6)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$2) (x+1)^5,$$

$$3) e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$4) \operatorname{ch} x,$$

$$5) e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2}.$$

В5. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\operatorname{sh} x$ ,  $1 + e^x$ ,  $1$ ,  $e^{-x}$ ,  $\operatorname{ch} x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^3$ ,  $e^{-x}$ ,  $e^x$ ,  $\cos x$ .



3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin \ln x$ ,  $\ln^3 x \sin(2 \ln x)$ ,  $\cos 3 \ln x$ .

4. Пусть функции  $\ln x$  и  $x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(18)} - y^{(10)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $\operatorname{ch} x - \cos(x+1) + \frac{\sqrt{2}}{2} e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin \frac{\sqrt{2}x}{2}$ ,

2)  $(x+2)^{10}$ ,

3)  $e^x + e^{-x} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{3}} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right)$ ,

4)  $\operatorname{sh} x + e^{\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right)$ ,

5)  $x^9 + e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right)$ .

В6. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\ln x^3$ ,  $\ln(3x)$ ,  $1$ ,  $\ln(2x)$ ,  $\ln x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $\sin 3x$ ,  $x^2 e^x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \cos 2 \ln x$ ,  $x \ln^2 x \sin(2 \ln x)$ ,  $x \ln x$ .

4. Пусть функции  $x$  и  $e^x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(2)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(10)} + y^{(7)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $2e^{-x} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right),$
- 2)  $x^3 + e^{\frac{x}{2}} \left( \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} \right),$
- 3)  $x^6 + e^{-\frac{x}{2}} \left( \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} \right),$
- 4)  $x^9 + x^6,$
- 5)  $\operatorname{ch} x + e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2}.$

В7. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x^9 e^x$ ,  $x^{10} e^x$ ,  $0$ ,  $(x^9 + x^{10})e^x$ ,  $(x^9 - x^{10})e^x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x \sin 2x$ ,  $x e^{3x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^5 \ln x$ ,  $x \ln x$ ,  $\cos(2 \ln x)$ ,  $\cos(2 \ln x) + \sin(2 \ln x)$ .

4. Пусть функции  $e^{-x}/x$  и  $e^x/x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(12)} + y^{(8)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $\frac{\sqrt{2}}{3} e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin \frac{\sqrt{2}x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} x^6,$
- 2)  $(x^8 + 10)^2,$
- 3)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} + e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}},$
- 4)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + x^8 + x^7,$
- 5)  $2 \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + 3 \sin \frac{\sqrt{2}x}{2}.$

В8. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x+1$ ,  $e^x$ ,  $e^{-x}$ ,  $\operatorname{sh} x$ ,  $\operatorname{ch} x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $xe^{-x} \cos 2x, \sin 5x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \ln^4 x, x \ln^3 x, x$ .

4. Пусть функции  $\operatorname{tg} x$  и  $1+x \operatorname{tg} x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(\pi/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(20)} - y^{(14)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $\operatorname{ch} x + e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} - e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2},$

2)  $e^x + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2},$

3)  $(x+1)^{13} + e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right),$

4)  $(x+1)^{14} + e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$

5)  $e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \left( \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \right).$

B9. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\cos 2x, \sin^2 x, \frac{1}{2}, \cos^2 x, -2\cos 2x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^3 e^{-2x}, x^2 e^{-x} \sin 3x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin(3 \ln x), x^3 \cos(3 \ln x), x^3 \ln x$ .

4. Пусть функции  $e^{-x^2}$  и  $xe^{-x^2}$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(5)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(15)} + y^{(6)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-x} + \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}\cos\frac{\sqrt{3}x}{2} - e^{\frac{x}{2}}\sin\frac{\sqrt{3}x}{2},$
- 2)  $e^{-x} + e^{-\frac{x}{2}}\left(\cos\frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin\frac{\sqrt{3}x}{2}\right),$
- 3)  $e^{\frac{x}{2}}\cos\frac{\sqrt{3}x}{2} + e^{-\frac{x}{2}}\sin\frac{\sqrt{3}x}{2},$
- 4)  $\operatorname{sh} x + \operatorname{ch} x + (x-1)^6,$
- 5)  $\sin x + \cos x + (x-1)^5.$

B10. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $xe^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $x^2$ ,  $\sin(x+2)$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^4$ ,  $xe^{2x}$ ,  $xe^{-2x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^{-3}\sin(\ln x)$ ,  $x^{-3}\ln x \cos(\ln x)$ ,  $x^{-3}\ln^3 x \cos(\ln x)$ .

4. Пусть функции  $\sqrt{1-x}$  и  $\sqrt{1+x}$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(\sqrt{15}/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(18)} - y^{(10)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $\operatorname{sh} x + \sin\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}}(\sin x + \cos x),$
- 2)  $\operatorname{ch} x + e^{\frac{x}{2}}\left(\cos\frac{\sqrt{2}x}{2} + \sin\frac{\sqrt{2}x}{2}\right),$
- 3)  $\cos\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \sin(x-1),$
- 4)  $e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}}\sin x + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}}\cos x,$
- 5)  $x^9 + x^5 + \cos\frac{x}{2} + \sin\left(\frac{x}{2} + 1\right).$

B11. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\cos x$ ,  $\sin x$ ,  $\sin(x-2)$ ,  $\sin x - \cos x$ ,  $\sin x - 2\cos x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^2 e^{-x} \cos x$ ,  $x^2 e^x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x$ ,  $x^2 \ln x$ ,  $x \sin(\ln x)$ .

4. Пусть функции  $x^3$  и  $e^x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(2)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(10)} + y^{(7)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $e^x + e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right),$

2)  $e^{-x} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} \right),$

3)  $\operatorname{ch} x + x^6 + e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \cos \frac{x}{2},$

4)  $(x+1)^6 + 2e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$

5)  $\frac{\sqrt{3}}{2} e^{-x} + \frac{1}{2} e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} - e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2}.$

B12. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x^2 e^x$ ,  $e^x$ ,  $(x^2 + 1)e^x$ ,  $0$ ,  $(x^2 - 1)e^x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x \sin 3x$ ,  $x^2 e^{-x}$ ,  $x e^{-5x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\cos(2 \ln x)$ ,  $\sin(2 \ln x)$ ,  $x \cos(\ln x)$ .

4. Пусть функции  $x^2$  и  $\ln x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(12)} + y^{(8)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^x \cos x + \sin x + 3x^2$ ,
- 2)  $e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{x}{2} - e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{x}{2} + x + 1^7$ ,
- 3)  $e^{-\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos x + \sin x + e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos x$ ,
- 4)  $x^7 \cos x$ ,
- 5)  $e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{x}{\sqrt{2}} - \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$ .

B13. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $xe^{-x}$ ,  $xe^x$ ,  $x^3$ ,  $2x \operatorname{sh} x$ ,  $x \operatorname{ch} x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^4$ ,  $x^2 \cos x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin(\ln x)$ ,  $\ln x$ ,  $\ln^2 x$ .

4. Пусть функции  $1/x$  и  $1/x^2$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(20)} - y^{(14)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $e^{-x} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right)$ ,
- 2)  $e^x + e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right)$ ,
- 3)  $\cos x + \sin x + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{2}x}{2} \right)$ ,
- 4)  $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{-x} + \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}e^{-\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2}$ ,
- 5)  $(x+1)^{13} + e^{\frac{x}{2}}$ .

B14. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x \cos x$ ,  $\sin x$ ,  $e^x$ ,  $xe^x$ ,  $(1+2x)e^x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $xe^x$ ,  $xe^{-\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \cos(2 \ln x)$ ,  $x \ln^5 x \sin(2 \ln x)$ ,  $x \ln x$ ,  $x \ln^5 x \cos(2 \ln x)$ .

4. Пусть функции  $e^{-2x}$  и  $x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(-1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(15)} + y^{(6)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $e^{\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + x^5 + e^x$ ,

2)  $e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) + x^5 + e^{-x}$ ,

3)  $e^{\frac{x}{2}} \cos \left( \frac{\sqrt{3}x}{2} + 1 \right)$ ,

4)  $x + 1^5 + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2}$ ,

5)  $e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \cos \frac{x}{2} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2}$ .

B15. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x \sin x$ ,  $x^2 \sin x$ ,  $x^2 - x \sin x$ ,  $x^2 - 2x \sin x$ ,  $x^2 - 3x \sin x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x \cos 3x$ ,  $x^2 e^{3x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x$ ,  $x \ln^3 x$ ,  $x^{-1} \ln^4 x$ .

4. Пусть функции  $e^x/x$  и  $e^{-x}/x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1/15)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(18)} - y^{(10)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $\cos\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{2}x}{2},$
- 2)  $\sin\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{2}x}{2},$
- 3)  $\sin\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \cos x + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin \frac{\sqrt{2}x}{2},$
- 4)  $x^9 + 1 + \operatorname{ch} x + \sin \frac{\sqrt{2}x}{2},$
- 5)  $e^x \cos x + e^{-x} \sin x.$

B16. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $2x^2 + 2x - 3$ ,  $2x + 3$ ,  $2x^2$ ,  $x^2$ ,  $x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $xe^x \sin \sqrt{2}x$ ,  $x^3 e^{4x}$ ,  $e^x \sin \sqrt{3}x$ ,  $\sqrt{3}x^2 e^{4x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \sin(\ln x)$ ,  $x \ln^5 x$ ,  $x^{-1} \ln x$ .

4. Пусть функции  $\cos^2 x$  и  $\sin 2x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(\pi/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(10)} + y^{(7)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

- 1)  $e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + 2e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + x^7,$
- 2)  $e^{-\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} + \sqrt{3}e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + x^6,$
- 3)  $e^{\frac{x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}x}{2} + 1\right),$
- 4)  $e^{-x} + x + 1^6 + e^{-\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$
- 5)  $e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin\left(\frac{x}{2} + 1\right).$



B17. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $e^x$ ,  $e^{-x}$ ,  $2\operatorname{ch} x$ ,  $\operatorname{sh} x$ ,  $2\operatorname{sh} x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^2 \sin 5x$ ,  $xe^{-4x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\cos(\ln x)$ ,  $\ln^3 x \sin(\ln x)$ ,  $\ln^3 x$ .

4. Пусть функции  $\cos x/x$  и  $\sin x/x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(12)} + y^{(8)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}} \cos x + e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin x + x^7$ ,

2)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{2}x}{2} + 1\right)$ ,

3)  $\cos \frac{\sqrt{2}x}{2} + 2\sin \frac{\sqrt{2}x}{2}$ ,

4)  $e^x \sin \frac{\sqrt{2}x}{2} + 2e^{-x} \cos \frac{\sqrt{2}x}{2}$ ,

5)  $e^x \sin\left(\frac{\sqrt{2}x}{2} + 1\right)$ .

B18. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x$ ,  $x^2 + x$ ,  $x^3 + 4x^2$ ,  $x^3$ ,  $0$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^3 e^{6x}$ ,  $xe^{-5x}$ ,  $x^2$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^2$ ,  $x^2 \ln x$ ,  $x^2 \ln x \sin(2 \ln x)$ .

4. Пусть функции  $x^2 + 1$  и  $e^x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1/2)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(20)} - y^{(14)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) e^{\frac{x+1}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + e^{\frac{x+3}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$2) e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} \right) + x^{13},$$

$$3) e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + 1 \right),$$

$$4) e^x + x + 2^{14} + \operatorname{ch} x,$$

$$5) e^{-\frac{x}{2}} \left( \cos \frac{x}{\sqrt{3}} + 2 \sin \frac{x}{\sqrt{3}} \right) + x^2.$$

В19. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $xe^x \sin x$ ,  $x^3$ ,  $\sin x$ ,  $x^3 + \sin x$ ,  $x^3 - 2 \sin x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^3 e^{-x}$ ,  $x^2 \sin 4x$ , 1.

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\cos(2 \ln x)$ ,  $\ln x$ ,  $\ln^5 x$ .

4. Пусть функции  $\sqrt{x+1}$  и  $\sqrt{1-x}$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(0)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(15)} + y^{(6)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) x^2 + x^4 + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{2},$$

$$2) e^{-x} + e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \sin \frac{x}{\sqrt{2}} + x^5,$$

$$3) \operatorname{ch} x - \operatorname{sh} x + e^{\frac{x}{2}} \cos \left( \frac{\sqrt{3}x}{2} + 1 \right),$$

$$4) x + 1^5 + e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$5) e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \left( \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + 2 \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \right).$$

В20. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x$ ,  $x^3$ ,  $x^4$ ,  $3x^4 + x$ ,  $3x^4 + 2x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^{14}$ ,  $x^7 \sin 2x$ ,  $1+x^{10}$ ,  $x+x^7 \cos 2x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin(\ln x)$ ,  $\cos \ln x$ ,  $\sin 3 \ln x$ .

4. Пусть функции  $e^x$  и  $x^3$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(2)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(18)} - y^{(10)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $\sin\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin \frac{\sqrt{2}x}{2} + x^9$ ,

2)  $e^x \cos x + e^{-x} \sin x + x^8$ ,

3)  $e^x \left( \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + 2 \sin \frac{x}{\sqrt{2}} \right)$ ,

4)  $e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin x + 2 \cos x + x + 1^9$ ,

5)  $\cos\left(\frac{\sqrt{2}x}{2} + 1\right) + \sin \frac{\sqrt{2}x}{2}$ .

В21. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $e^x$ ,  $e^{3x}$ ,  $e^{4x}$ ,  $e^x 1 + e^{2x}$ ,  $e^x 1 + 2e^{2x}$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^4 e^{-2x} \cos 3x$ ,  $x^2 e^{-3x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\ln^2 x$ ,  $x^2$ ,  $x^2 \ln^2 x$ .

4. Пусть функции  $1/x^2$  и  $1/x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(1/3)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(10)} + y^{(7)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) x^2 + 2x^6 - e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$2) \sum_{k=0}^6 x^k + e^x,$$

$$3) e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} \right),$$

$$4) e^{-x} + e^{\frac{x}{2}} \cos \left( \frac{\sqrt{3}x}{2} + 1 \right),$$

$$5) \operatorname{ch} x + e^{\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2}.$$

B22. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $x-1$ ,  $x^2+1$ ,  $x^3$ ,  $x^2+x$ ,  $x^3+x^2+x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^7 e^x$ ,  $x^4$ ,  $x \sin 6x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin 3 \ln x$ ,  $\ln^5 x \sin 3 \ln x$ ,  $\cos 3 \ln x$ .

4. Пусть функции  $\sin 2x$  и  $\cos^2 x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(\pi/4)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(12)} + y^{(8)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) e^{\frac{\sqrt{2}x}{2}} \left( 1 + \sin \frac{\sqrt{2}x}{2} \right),$$

$$2) e^{-\frac{\sqrt{2}x}{2}} \sin \left( 1 - \frac{\sqrt{2}x}{2} \right),$$

$$3) e^{-x} + e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos \frac{x}{\sqrt{2}},$$

$$4) \operatorname{sh} x + x + 1^7 + \sin \frac{x}{\sqrt{2}},$$

$$5) \sin \left( \frac{x}{\sqrt{2}} + 1 \right) + \cos \left( \frac{x}{\sqrt{2}} + 2 \right).$$

В23. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\operatorname{ch}^2 2x$ ,  $\operatorname{sh}^2 2x$ , 2, 1, 0.

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^3 e^{-3x} \cos 5x$ ,  $x^2 e^{4x}$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x \ln x$ ,  $x \ln^8 x$ ,  $x^2 \ln x$ .

4. Пусть функции  $x$  и  $e^x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(9/8)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(20)} - y^{(14)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

1)  $e^{\frac{x+2}{2}} \sin \frac{\sqrt{3} x+1}{2},$

2)  $e^{-\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3} x}{2} + \sin x,$

3)  $e^{\frac{\sqrt{3} x}{2}} \left( \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} \right) + x^{13},$

4)  $e^{-\frac{\sqrt{3} x}{2}} \cos \frac{x}{2} + e^{\frac{\sqrt{3} x}{2}} \sin \frac{x}{2},$

5)  $\operatorname{ch} x + \cos x + 1.$

В24. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\cos 2x$ ,  $\cos^2 x$ , 1,  $\sin^2 x$ ,  $2 \sin^2 x$ .

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x^2 e^{2x}$ ,  $x^3 e^{-2x}$ ,  $x^3 e^x$ .

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $\sin \ln x$ ,  $\ln x$ ,  $\cos 2 \ln x$ .

4. Пусть функции  $x$  и  $e^{-2x}$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_1(1/2)$ .

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(15)} + y^{(6)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) e^{\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} \right) + e^{-x} + x^5,$$

$$2) e^{-\frac{\sqrt{3}x}{2}} \left( \cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} \right) + e^{-x} + x + 1^5,$$

$$3) e^{-x} + x + 2^6,$$

$$4) \operatorname{ch} x + e^{\frac{x}{2}} \cos \frac{\sqrt{3}x}{2},$$

$$5) e^{-\frac{x}{2}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2}.$$

Тренировочный вариант заданий для подготовки к коллоквиуму (ответы даны для самоконтроля)

B25. 1. Укажите число линейно независимых функций в данной совокупности функций:  $\sin x$ ,  $\sin^2 x$ ,  $\cos^2 x$ ,  $\cos 2x$ , 1.

(Ответ: 3.)

2. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения с постоянными действительными коэффициентами, имеющего решения  $x \cos x$ ,  $x^4$ ,  $x^2 e^{-x}$ .

(Ответ: 12.)

3. Укажите наименьший возможный порядок линейного однородного уравнения Эйлера, имеющего решения  $x^2 \sin \ln x$ ,  $x \ln^5 x$ ,  $\ln^3 x \cos \ln x$ .

(Ответ: 16.)

4. Пусть функции  $1 + x \operatorname{tg} x$  и  $\operatorname{tg} x$  являются фундаментальной системой решений уравнения  $y'' + p_1(x)y' + p_2(x)y = 0$ . Укажите  $p_2(\pi/4)$ .

(Ответ: -1.)

5. Какая из приведенных функций является решением уравнения  $y^{(18)} - y^{(10)} = 0$ ? Укажите номер варианта с правильным ответом.

$$1) e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos \frac{x}{\sqrt{2}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{2}}} \sin \frac{x}{\sqrt{2}} + \left( x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^9,$$

$$2) e^x \cos \frac{x}{\sqrt{2}} + e^{-x} \sin \frac{x}{\sqrt{2}} + \operatorname{sh} x,$$

$$3) e^{\frac{x}{\sqrt{2}}} \cos x + \sin x + \operatorname{ch} x,$$

$$4) x + 1^{10},$$

$$5) \sin x + \cos x.$$

(Ответ: 1.)